



# KUMPULAN SOAL ANALISIS NUMERIK

## MATERI: PENENTUAN AKAR PERSAMAAN TAK LINIER TUNGGAL (Bracketing Methods & Open Methods)

by: siti diyar kholisoh / september 2008 (dihimpun dari berbagai sumber)

### NOMOR 1:

Sebuah *shell-and-tube heat exchanger* (HE) digunakan untuk mempertukarkan 2 aliran fluida, yaitu fluida panas dan fluida dingin dengan laju alir massa, kapasitas panas, dan suhu masuk masing-masing sebesar M dan m (kg/menit), Cp dan cp (J/kg/°C), serta T<sub>1</sub> dan t<sub>1</sub> (°C). Jika HE ini mempunyai koefisien perpindahan panas keseluruhan U (J/m<sup>2</sup>/°C/menit) dan luas perpindahan panas A (m<sup>2</sup>), maka **beban panasnya, Q (J/menit)**, dapat ditentukan dari persamaan:

$$Q = U A \frac{\Delta T_2 - \Delta T_1}{\ln \frac{\Delta T_2}{\Delta T_1}} \quad \text{dengan:} \quad \Delta T_1 = T_1 - t_1 - \frac{Q}{M C_p} \quad \text{dan} \quad \Delta T_2 = T_1 - t_1 - \frac{Q}{m c_p}$$

**Data:** U = 0,05 ; A = 600 ; M = 50 ; m = 150 ; Cp = 0,8 ; cp = 0,5 ; T<sub>1</sub> = 350 ; t<sub>1</sub> = 75

Lakukan **3 kali langkah iterasi** untuk menentukan nilai Q dengan:

- Salah satu metode pengurung (gunakan nilai tebakan awal sebesar: Q = 4000 dan Q = 5500)
- Salah satu metode terbuka (gunakan salah satu atau kedua nilai tebakan awal pada butir a))

### NOMOR 2:

Sebuah reaksi homogen fase gas berorde-dua berlangsung secara isothermal (pada suhu T) dalam reaktor *batch* bervolume-tetap. Jika konversi reaktan A, X<sub>A</sub>, tercapai dalam waktu t detik, maka nilai T dapat ditentukan melalui persamaan:

$$\frac{X_A}{1 - X_A} = C_{A0} k t \quad \text{dengan:} \quad C_{A0} = \frac{p_{A0}}{R T} \quad \text{dan} \quad k = A e^{-\frac{E_a}{R T}}$$

Tentukan **nilai T** dengan menggunakan: (a) salah satu **metode pengurung**, dan (b) salah satu **metode terbuka**

**Data:** X<sub>A</sub> = 0,75; A = 3 x 10<sup>7</sup> liter/(mol.detik); E<sub>a</sub> = 1100 bar.liter/mol; p<sub>A0</sub> = 0,5 bar; t = 240 detik  
R = 0,08314 bar.liter/(mol.Kelvin)

**Petunjuk:** Gunakan nilai tebakan awal T pada rentang: T = 700 Kelvin dan T = 850 Kelvin.

### NOMOR 3:

Persamaan-keadaan Van der Waals dapat dinyatakan dalam bentuk:

$$\left( P + \frac{a}{V^2} \right) (V - b) = R T$$

dengan: P ≡ tekanan [atm], T ≡ suhu mutlak [K], V ≡ volume spesifik [L/gmol], dan R ≡ tetapan gas [= 0,082 L.atm/(gmol.K)]. Tetapan Van der Waals untuk amonia adalah: a = 4,19 atm.(L/gmol)<sup>2</sup> dan b = 0,0372 L/gmol. Tentukan V amonia pada P = 10 atm dan T = 350 K, dengan:

- salah satu metode pengurung
- salah satu metode terbuka

**Petunjuk:** Gunakan nilai tebakan awal V pada rentang: V = 2 L/gmol dan V = 5 L/gmol.

### NOMOR 4:

Pada sebuah tangki bola yang berjari-jari r, hubungan antara volume cairan, V, dengan ketinggian cairan tersebut, h, dapat dinyatakan dalam persamaan berikut (sumber: *Chapra & Canale, 2003*):

$$V = \frac{\pi h^2 (3r - h)}{3}$$

Jika r = 1 meter dan V = 0,5 m<sup>3</sup>, berapakah h? Silakan pilih sendiri metode yang akan Anda gunakan. **Petunjuk:** Anda dapat memilih nilai tebakan awal h pada rentang: 0 < h < 1 meter

### NOMOR 5:

Persamaan berikut menyatakan konsentrasi suatu zat dalam dalam reaktor tangki berpengaduk:

$$C = C_{in} (1 - e^{-0,04t}) + C_0 e^{-0,04t}$$

Jika  $C_0 = 4$  dan  $C_{in} = 10$ , tentukan waktu yang dibutuhkan (t) agar C menjadi 93% dari  $C_{in}$ .

**Pilihlah salah satu metode saja**, yang menurut Anda paling mudah.

Gunakan **nilai tebakan awal**:

- $t = 30$  (jika Anda menggunakan *open method*); **atau**
- rentang t antara 30 s.d. 80 (jika Anda menggunakan *bracketing method*)

Lakukan **iterasi minimum** sebanyak **3 kali**. Tuliskan setiap langkah perhitungan yang Anda lakukan.

### NOMOR 6:

$$\text{Persamaan Ergun: } \frac{\Delta P \rho D_p}{G^2 L} \frac{\varepsilon^3}{(1-\varepsilon)} = 150 \frac{(1-\varepsilon)}{\left(\frac{D_p G}{\mu}\right)} + 1,75$$

digunakan untuk menggambarkan aliran fluida melalui sebuah *packed bed*. Berdasarkan nilai 2

$$\text{parameter berikut: } \frac{D_p G}{\mu} = 1000 \quad \text{dan} \quad \frac{\Delta P \rho D_p}{G^2 L} = 50$$

tentukan nilai fraksi kosong di dalam *bed* ( $\varepsilon$ )! Lakukan **minimum 3 kali langkah iterasi**, dengan:

- salah satu metode pengurung (*bracketing methods*)!
- salah satu metode terbuka (*open methods*)!

**Petunjuk:** Nilai  $\varepsilon$  berada pada rentang 0 dan 1

(Silakan pilih sendiri metode yang akan Anda gunakan)

### NOMOR 7:

Tentukan salah satu akar nyata dari persamaan:  $\ln x^2 = 0,7$  dengan metode:

- bisection (= binary search)*
- false-position (= regula falsi)*

Gunakan 2 nilai tebakan awal  $x$ :  $x_l = 0,5$  dan  $x_u = 2$

### NOMOR 8:

Kapasitas panas  $\text{CO}_2$  sebagai fungsi suhu dapat dinyatakan sebagai:

$$C_p = 1,716 - 4,257 \cdot 10^{-6} T - \frac{15,04}{\sqrt{T}}$$

dengan:  $C_p$  [=] kJ/kg.K;  $T$  [=] K

Pada  $C_p = 1$  kJ/kg.K, persamaan di atas dapat dituliskan sebagai:

$$f(T) = 0,716 - 4,257 \cdot 10^{-6} T - \frac{15,04}{\sqrt{T}} \quad \dots (*)$$

Tentukan nilai  $T$  yang memenuhi persamaan (\*) dengan metode *bracketing*:

- bisection*
- false-position* (interpolasi linier)

Gunakan nilai-nilai  $T$  awal: 400 K dan 600 K.

Lakukan masing-masing sebanyak **3 (tiga) kali langkah iterasi**.

### NOMOR 9:

Reaksi homogen fase cair antara reaktan A dan B berlangsung dalam 2 buah reaktor alir tangki berpengaduk (RATB) bervolume sama yang disusun seri. **Konversi reaktan A yang keluar dari reaktor pertama ( $X_{A1}$ )** dapat ditentukan dari persamaan:

$$\frac{X_{A1}}{-r_{A1}} = \frac{X_{A2} - X_{A1}}{-r_{A2}} \quad \text{dengan: } -r_{A1} = k C_{A0}^2 (1 - X_{A1})(M - 2 X_{A1})$$
$$-r_{A2} = k C_{A0}^2 (1 - X_{A2})(M - 2 X_{A2})$$

Lakukan **3 (tiga) kali langkah iterasi** untuk menentukan nilai  $X_{A1}$  dengan:

- (a) salah satu metode pengurung
- (b) salah satu metode terbuka

**Data:**  $k = 0,005$  liter/(mmol.menit);  $C_{A0} = 10$  mmol/liter;  $C_{B0} = 30$  mmol/liter

$$M = \frac{C_{B0}}{C_{A0}}; X_{A2} = 0,8 \text{ (konversi reaktan A yang keluar dari reaktor kedua)}$$

**Petunjuk:** Nilai  $X_{A1}$  berada di antara 0,1 dan 0,7; Tuliskan hasil-hasil perhitungan Anda dalam minimum 4 angka desimal.

### **NOMOR 10:**

Tinjaulah reaksi *water-gas shift* yang dapat dimanfaatkan untuk memproduksi gas hidrogen dalam industri sel bahan bakar:  $\text{CO} + \text{H}_2\text{O} \leftrightarrow \text{CO}_2 + \text{H}_2$

Pada kesetimbangan (suhu 500 K) dengan reaktan awal yang berupa campuran stoikiometrik CO dan  $\text{H}_2\text{O}$ , hubungan antara nilai konstanta kesetimbangan reaksi (K) dengan fraksi reaktan yang terkonversi (x) dinyatakan sbb:

$$K = 148,4 = \frac{x^2}{(1-x)^2}$$

Tentukan nilai x, melalui minimum 3 kali langkah iterasi, dengan metode:

- (a) **bisection** (gunakan nilai tebakan awal x: **0,85** dan **0,95**)
- (b) **Newton-Raphson** (gunakan nilai tebakan awal x: **0,95**)

### **NOMOR 11:**

Using  $x = 1$  as the starting point, find a root of the following equation to three significant figures:

$$f(x) = x^2 e^x - 1 = 0$$

using:

- a. successive substitution
- b. Newton's method
- c. the secant method (use  $x = 1,01$  as your second point)

### **NOMOR 12:**

Using  $x = 4$  as the starting point, find a root of the following equation:

$$f(x) = x e^x + x - 5 e^x - 5 = 0$$

using:

- a. Newton's method
- b. the secant method (use  $x = 4,1$  as your second point)
- c. the regula falsi method

### **NOMOR 13:**

Consider the following nonlinear equation:

$$f(x) = x^2 - e^x = 0$$

Show at least three cycles of search using a starting point of  $x = 1$  for:

- a. Newton's method
- b. regula falsi method

### **NOMOR 14:**

Determine the equilibrium conversion for:  $2 \text{CO} + \text{O}_2 \rightarrow 2 \text{CO}_2$

if stoichiometric amounts of CO and air are reacted at 2000 K and 1 atmosphere pressure. At 2000 K the equilibrium constant for this reaction is  $62,4 \times 10^6 \text{ atm}^{-1}$ . As a basis, consider 2 gmole of CO.

Then there would be 1 gmole of  $\text{O}_2$  and 3,76 gmole of  $\text{N}_2$ . Performing a mole balance on each species and defining x as the amount of CO that reacts yields:

$$N_{\text{CO}} = 2 - x$$

$$N_{\text{O}_2} = 1 - 0,5 x$$

$$N_{CO_2} = x$$

$$N_{N_2} = 3,76$$

Then the partial pressures are given as:

$$p_{CO} = \frac{N_{CO}}{N_T} = \frac{2-x}{6,76-0,5x}$$

$$p_{O_2} = \frac{N_{O_2}}{N_T} = \frac{1-0,5x}{6,76-0,5x}$$

$$p_{CO_2} = \frac{N_{CO_2}}{N_T} = \frac{x}{6,76-0,5x}$$

The equilibrium relationship is given by:

$$K = \frac{p_{CO_2}^2 P_T}{p_{CO}^2 p_{O_2}}$$

where  $P_T$  is the total pressure and remembering that the standard state fugacities of  $CO_2$ ,  $CO$ , and  $O_2$  are unity. Substituting yields:

$$\frac{x^2 (6,76 - 0,5x)}{(1 - 0,5x)(2 - x)^2} = 62,4 \cdot 10^6$$

Rearranging into a normalized form:

$$\frac{x^2 (6,76 - 0,5x)}{62,4 \cdot 10^6 (1 - 0,5x)(2 - x)^2} - 1 = 0$$

- Solve for the equilibrium composition using Newton's method with a starting point of  $x_0 = 1,0$  gmole.
- Solve this problem using the regula falsi method.

#### **NOMOR 15:**

Tentukan salah satu akar nyata persamaan sbb:  $f(x) = \frac{x^3}{10} - 5x + \ln(x+1) - 10$

Lakukan **minimum 5 kali langkah iterasi** dengan menggunakan metode:

- bisection* dan regula falsi (ambil 2 nilai tebakan awal  $x$ , yakni:  $x_L = 0$  dan  $x_U = 10$ )
- Newton-Raphson dan substitusi berurut (ambil 1 nilai tebakan awal  $x$ , yakni:  $x = 10$ )
- secant* (ambil 2 nilai tebakan awal  $x$ , yakni:  $x = 4$  dan  $x = 6$ )

#### **NOMOR 16:**

Sebuah reaksi kimia, pada kondisi tertentu, mempunyai suhu minimal  $T$  agar berlangsung spontan (*secara termodinamika*) yang dapat ditentukan berdasarkan perubahan energi bebas Gibbs reaksinya, yaitu:

$$\Delta G = 24760 - 5,01 T \ln T + 3,09 T = f(T) \quad (\Delta G \text{ dalam kal/mol; } T \text{ dalam Kelvin})$$

Lakukan **3 kali langkah iterasi** untuk menentukan nilai  $T$  yang membuat  $\Delta G = f(T) = 0$  dengan:

- Salah satu metode pengurung (gunakan nilai tebakan awal sebesar:  $T = 700$  Kelvin dan  $T = 900$  Kelvin)
- Salah satu metode terbuka (gunakan nilai tebakan awal sebesar:  $T = 700$  Kelvin)

#### **NOMOR 17:**

Konsentrasi bakteri polutan (C) di dalam sebuah danau sebagai fungsi waktu (t) dapat dinyatakan dalam persamaan sbb.:

$$C = 70 e^{-1,5t} + 25 e^{-0,075t}$$

Tentukan t pada saat  $C = 9$ . Pilihlah sendiri metode yang akan Anda gunakan.

#### **NOMOR 18:**

Water is flowing in a trapezoidal channel at a rate of  $Q = 20 \text{ m}^3/\text{s}$ . The critical depth  $y$  for such a channel must satisfy the equation:

$$0 = 1 - \frac{Q^2}{g A_c^3} B$$

where  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ ,  $A_c =$  the cross-sectional area ( $\text{m}^2$ ), and  $B =$  the width of the channel at the surface ( $\text{m}$ ). For this case, the width and the cross-sectional area can be related to depth  $y$  by:

$$B = 3 + y \quad \text{and} \quad A_c = 3y + \frac{y^2}{2}$$

Solve for the critical depth using: (a) the graphical method, (b) bisection, and (c) false position.

For (b) and (c), use **initial guesses of  $y_l = 0,5$  and  $y_u = 2,5$** , and iterate until the approximate error falls below 1% or the number of iterations exceeds 10. Discuss your results.

#### **NOMOR 19:**

In a chemical engineering process, water vapor ( $\text{H}_2\text{O}$ ) is heated to sufficiently high temperatures that a significant portion of the water dissociates, or splits apart, to form oxygen ( $\text{O}_2$ ) and hydrogen ( $\text{H}_2$ ):  $\text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{H}_2 + \frac{1}{2} \text{O}_2$

If it assumed that this is the only reaction involved, the mole fraction  $x$  of  $\text{H}_2\text{O}$  that dissociates can be represented by:

$$K = \frac{x}{1-x} \sqrt{\frac{2 P_t}{2+x}}$$

where  $K$  is the reaction's equilibrium constant and  $P_t$  is the total pressure of the mixture. If  $P_t = 3 \text{ atm}$  and  $K = 0,05$ , determine the value of  $x$  that satisfies the equation above.

#### **NOMOR 20:**

The Redlich-Kwong equation of state is given by:

$$p = \frac{RT}{v-b} - \frac{a}{v(v+b)\sqrt{T}}$$

where  $R =$  the universal gas constant [ $= 0,518 \text{ kJ/kg.K}$ ],  $T =$  absolute temperature (K),  $p =$  absolute pressure (kPa), and  $v =$  the volume of a kg of gas ( $\text{m}^3/\text{kg}$ ). The parameter  $a$  and  $b$  are calculated by:

$$a = 0,427 \frac{R^2 T_c^{2,5}}{p_c} \quad \text{and} \quad b = 0,0866 R \frac{T_c}{p_c}$$

where  $p_c = 4600 \text{ kPa}$  and  $T_c = 191 \text{ K}$ . As a chemical engineer, you are asked to determine the amount of methane fuel that can be held in a  $3\text{-m}^3$  tank at a temperature of  $-40^\circ\text{C}$  with a pressure of  $65000 \text{ kPa}$ . Use a root locating method of your choice to calculate  $v$  and then determine the mass of methane contained in the tank.

#### **NOMOR 21:**

Pendirian suatu pabrik kimia memerlukan *fixed capital* (FC) = Rp 700 milyar dan *working capital* (WC) = Rp 300 milyar. Nilai *annual cash flow* (C) = Rp 250 milyar. Umur pabrik diperkirakan selama 10 tahun dengan *salvage value* (SV) = Rp 70 milyar. Jika  $i$  menyatakan nilai suku bunga investasi ini yang diekivalensikan dengan jika disimpan di bank, tentukan nilai  $i$ !

Jika digunakan *present value analysis*, maka nilai  $i$  dapat dihitung dari persamaan berikut ini:

$$FC + WC = \frac{C}{1+i} + \frac{C}{(1+i)^2} + \frac{C}{(1+i)^3} + \dots + \frac{C}{(1+i)^{10}} + \frac{WC + SV}{(1+i)^{10}}$$

☺☺☺ Selamat Belajar!!! ☺☺☺