

SEMESTER GASAL  
TAHUN AKADEMIK 2011-2012

1

## ANALISIS NUMERIK 121151372

**Dosen:**  
*Siti Diyar Kholisoh*  
*I Gusti S. Budiawan*

PRODI TEKNIK KIMIA – FAKULTAS TEKNOLOGI INDUSTRI  
UPN "VETERAN" YOGYAKARTA  
Jum'at, 16 September 2011



### Overview Mata Kuliah

- Merupakan salah satu mata kuliah Semester 5
- Gambaran umum:
  - merupakan salah satu *tool* dalam penyelesaian model/persamaan matematik, **secara numerik**
  - berbasis analisis kuantitatif
- Hubungan dengan mata kuliah lain (prasyarat):
  - Kalkulus
  - Matematika Teknik Kimia
  - Semua mata kuliah berbasis analisis kuantitatif

### Kompetensi Umum

Setelah mengikuti mata kuliah ini (pada akhir semester), mahasiswa mampu:

1. memahami dasar-dasar metode numerik secara umum,
2. mengenali persoalan-persoalan matematika / komputasi proses dalam bidang Teknik Kimia, dan selanjutnya
3. dapat memilih atau menentukan dan menggunakan metode yang tepat untuk menyelesaikan persoalan-persoalan tersebut.

### Pustaka atau Referensi

- Chapra, S. C. and Canale, R.P., 2003, "*Numerical Methods for Engineers: With Software and Programming Applications*", 4<sup>th</sup> ed., New York, McGraw-Hill Book, Inc.
- Riggs, James B., 1988, "*An Introduction to Numerical Methods for Chemical Engineers*", Texas, Tech. University Press.
- Tjukup Marnoto, 2010, "*Analisa Numerik dan Pemrograman dengan Bahasa Scilab*", Yogyakarta: Wimaya Press
- dsb. (termasuk *handout* kuliah Analisis Numerik)

### JADWAL KELAS

- **Kelas A:** Jum'at, 13:00 – 14:40 WIB/ II-3 B/ Bu Diyar
- **Kelas B:** Senin, 15:00 – 16:40 WIB/ II-3 B/ Pak Tjukup
- **Kelas C:** Jum'at, 15:00 – 16:40 WIB/ II-3 B/ Pak Budiawan
- **Kelas D:** Selasa, 13:00 – 14:40 WIB/ II-2/ Bu Diyar

### Kalender Akademik Semester Gasal 2011-2012

SEPTEMBER 2011							OCTOBER 2011							NOVEMBER 2011						
S	M	T	W	T	F	S	S	M	T	W	T	F	S	S	M	T	W	T	F	S
				1	2	3	2	3	4	5	6	7	1/8			1	2	3	4	5
4	5	6	7	8	9	10	9	10	11	12	13	14	15	6	7	8	9	10	11	12
11	12	13	14	15	16	17	16	17	18	19	20	21	22	13	14	15	16	17	18	19
18	19	20	21	22	23	24	23	24	25	26	27	28	29	20	21	22	23	24	25	26
25	26	27	28	29	30		30	31						27	28	29	30			
DECEMBER 2011							JANUARY 2012													
S	M	T	W	T	F	S	S	M	T	W	T	F	S							
				1	2	3	1	2	3	4	5	6	7							
4	5	6	7	8	9	10	8	9	10	11	12	13	14							
11	12	13	14	15	16	17	15	16	17	18	19	20	21							
18	19	20	21	22	23	24	22	23	24	25	26	27	28							
25	26	27	28	29	30	31	29	30	31											

**KETERANGAN:**  
 Biru: Jdwl ANum Kls A & C  
 Hijau: Periode UTS  
 Merah: Periode UAS

### Materi Kuliah – Satu Semester (1)

1. Pendahuluan
2. Penentuan Akar Persamaan Tak Linier Tunggal (*Bracketing Methods*)
3. Penentuan Akar Persamaan Tak Linier Tunggal (*Open Methods*)
4. Penentuan Akar Sistem Persamaan Linier
5. Penentuan Akar Sistem Persamaan Tak Linier
6. *Curve-Fitting*
7. Interpolasi (& Persiapan UTS)

### Materi Kuliah – Satu Semester (2)

8. (Pembahasan UTS &) Diferensiasi Numerik
9. Integrasi Numerik
10. Penyelesaian Persamaan Diferensial Biasa IVP (Metode Euler & RK-4): Tunggal
11. Penyelesaian PDB-IVP Simultan & Tingkat Tinggi
12. Pengantar Penyelesaian PD Parsial
13. Optimasi Numerik (Variabel Tunggal)
14. Optimasi Numerik (Multi Variabel): Pengantar

### Lain-lain:

Setiap mengikuti kuliah, mahasiswa **wajib**:

- Sudah mempunyai dan membaca/ mempelajari materi yang akan diberikan
- Membawa kalkulator

**HP mohon dimatikan, atau di-silent.**

Duduk: dimulai dari barisan paling depan.

**Komponen Penilaian:**

UTS – ± 30 - 50%

UAS – ± 50%

Tugas: PR, Kuis – ± 10%

} + **additional point**  
(keaktifan)

Tidak ada tugas/ PR susulan

Tidak ada ujian susulan (*kecuali pada kondisi<sup>2</sup> yang telah diatur oleh REKTOR UPN VY*)

### Lain-lain (Lanjutan):

Sifat Ujian: **CLOSED BOOK**

(*Kecurangan dalam ujian: nilai NOL...!!!*)

**Presensi: minimum ...%** → Syarat mengikuti UAS (ditetapkan oleh UPN VY)

**Software pendukung:** MS Excel (*spreadsheet*), Polymath, Matlab, Scilab, QBASIC, Visual Basic, dsb.

**Pelaporan ketidakhadiran ketika ujian** → utk mengajukan permohonan menempuh ujian susulan → **hanya** dilayani pada **hari H ujian (jam kerja)** → **maksimum 1 x 24 jam**.

**Ketua Kelas A: Muhamad Novie Aprianto (121090098)**

“Rasa ingin tahu adalah ibu dari semua ilmu pengetahuan”

“Perjalanan seribu mil dimulai dari satu langkah”



**\*\* Siti Diyar Kholisoh \*\***

<http://diyarkholisoh.wordpress.com>

[diyar.kholisoh@upnyk.ac.id](mailto:diyar.kholisoh@upnyk.ac.id)

[diyar\\_khch@yahoo.co.id](mailto:diyar_khch@yahoo.co.id)

+62 818 0265 7571 (*via sms only*)

## PENDAHULUAN

Jum'at, 16 September 2011

by: Siti Diyar Kholisoh

Pendekatan ilmiah merupakan modal penting dalam persaingan global saat ini. Pendekatan ilmiah saat ini cenderung berbasis analisis kuantitatif

### Analisis kuantitatif:



Penyelesaian:

1. Analitik
2. Numerik

Kecenderungan sekarang:

**Numerical method** (metode numerik) dengan bantuan komputer

### Penyelesaian secara Analitik

1. Exact (100% benar)
2. Memerlukan banyak bekal matematika bahkan *advanced mathematics* → **SULIT**
3. Hanya bisa untuk kasus-kasus sederhana
4. Penggunaan dalam kasus riil kurang luas
5. Interpretasi hasil lebih mudah



### Penyelesaian secara Numerik

1. Penyelesaian pendekatan/ aproksimasi (*cukup bermanfaat*)
2. Perlu bekal matematika sederhana → **MUDAH**
3. Bisa untuk kasus-kasus lebih kompleks
4. Penggunaan dalam kasus-kasus riil lebih luas
5. Interpretasi hasil lebih sulit
6. Memerlukan jumlah hitungan yang sangat banyak (*dulu tidak feasible*)



### Konsep Fundamental Teknik Kimia:

1. Neraca massa
2. Neraca energi
3. Kesetimbangan:
  - a. fisis: kesetimbangan fasa
  - b. kimiawi
4. Proses-proses kecepatan:
  - a. fisis (*transport phenomena*)
    - i. transfer momentum
    - ii. transfer panas
    - iii. transfer massa
  - b. kimiawi (kinetika kimia)
4. Ekonomi
5. Humanitas



Beberapa istilah/konsep yang terkait dengan penyelesaian secara numerik:

1. **Penyimpangan (error):**  
*Truncation error vs round-off error*  
*Relative (approximate) error vs true error*
2. Akurasi (ketepatan)
3. Presisi (ketelitian)  
*Significant figures*
4. Konvergensi  
← *Penyelesaian secara iteratif*
5. Kestabilan

Analogi 'papan tembak' untuk akurasi dan presisi data

### Error

*Error* (= penyimpangan = kesalahan = galat)  
muncul karena adanya aproksimasi.

Nilai sebenarnya = aproksimasi + error

Pertanyaan:

"Sampai berapa besar error itu dapat ditolerir?"

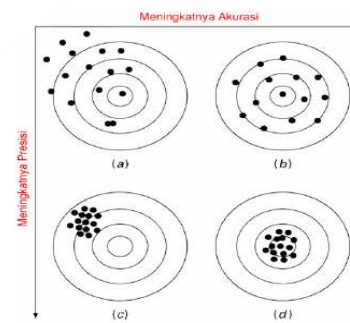
## Ilustrasi tentang Error

Pengukuran panjang sebuah jembatan dan sebuah paku keling menghasilkan angka: 9999 cm dan 9 cm. Jika harga sebenarnya adalah 10000 cm dan 10 cm, hitunglah:

- (a) *error*, dan  
(b) persen *error* relatif

*Selanjutnya, berikan komentar Anda!*

## Akurasi vs Presisi —> Analogi “Papan Tembak”



## Akurasi dan Presisi

### Presisi

- Jumlah angka signifikan yang menyatakan suatu besaran
- Penyebaran dalam bacaan berulang dari sebuah alat yang mengukur suatu perilaku fisik tertentu

### Akurasi

- Dekatnya sebuah angka pendekatan atau pengukuran terhadap nilai sebenarnya yang hendak dinyatakan

### Inakurasi (Tdk akurat)

- Simpangan sistematis dari kebenaran

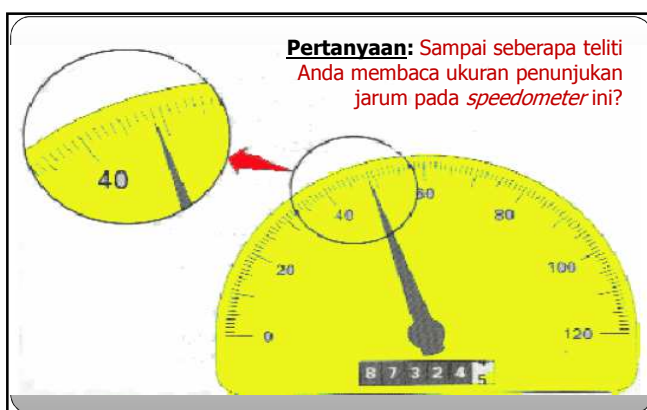
**Error** → “mewakili dua hal yaitu **tidak akurat** dan **tidak presisi** dari ramalan yang dilakukan”

## Angka Signifikan (AS)

Dua arti penting angka signifikan:

“AS akan memberikan kriteria untuk merinci **seberapa keyakinan** kita mengenai hasil pendekatan dalam metode numerik”

“AS memberikan pengabaian dari angka signifikan sisa untuk besaran-besaran spesifik yang tidak bisa dinyatakan secara eksak karena jumlah digit yang terbatas” → (kesalahan pembulatan/ *round-off error*)



**Pertanyaan:** Sampai seberapa teliti Anda membaca ukuran penunjukan jarum pada *speedometer* ini?

## Iterasi

Metode numerik tertentu memakai pendekatan secara iterasi untuk menghitung jawaban.

Dalam hal ini, suatu aproksimasi sekarang dibuat berdasarkan suatu aproksimasi sebelumnya → dilakukan **secara berulang kali** atau **secara iterasi** supaya dapat menghitung aproksimasi yang lebih baik & semakin baik.

Dengan demikian, kesalahan sering ditaksir sebagai perbedaan antara aproksimasi sebelumnya dengan aproksimasi sekarang.

**Truncation Error – Round-Off Error**

- Kesalahan pemotongan (*truncation error*): dihasilkan ketika aproksimasi digunakan untuk menyatakan suatu prosedur matematika eksak.
- Kesalahan pembulatan (*round-off error*): dihasilkan ketika angka-angka aproksimasi dipakai untuk menyatakan angka-angka eksak.

Contoh-contoh peluang terjadinya error karena pemotongan atau pembulatan:

$$\pi = 3,14285707473754883$$

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \dots$$

$$f(x) = f(x_0) + \frac{(x-x_0)}{1!} f'(x_0) + \frac{(x-x_0)^2}{2!} f''(x_0) + \frac{(x-x_0)^3}{3!} f'''(x_0) + \frac{(x-x_0)^4}{4!} f^{(4)}(x_0) + \frac{(x-x_0)^5}{5!} f^{(5)}(x_0) + \dots + \frac{(x-x_0)^n}{n!} f^{(n)}(x_0)$$

**Types of Chemical Engineering Problems Listed by Area**

Area	Most Common Problem Type
1. Material and energy balances	Sistem persamaan linier, sistem persamaan tak linier. Boundary value problem, initial value problem. Boundary value problem, initial value problem. Sistem persamaan tak linier, initial value problem. Sistem persamaan tak linier, initial value problem, integrasi, interpolasi. Initial value problem. Optimization.
2. Heat transfer	
3. Mass transfer	
4. Kinetics	
5. Thermodynamics	
6. Control	
7. Design	

**Illustration:**

The Redlich-Kwong equation of state is given by:

$$p = \frac{RT}{v-b} - \frac{a}{v(v+b)\sqrt{T}}$$

where R = the universal gas constant [= 0,518 kJ/kg.K], T = absolute temperature (K), p = absolute pressure (kPa), and v = the volume of a kg of gas (m<sup>3</sup>/kg). The parameter a and b are calculated by:

$$a = 0,427 \frac{R^2 T_c^{2,5}}{p_c} \quad \text{and} \quad b = 0,0866 R \frac{T_c}{p_c}$$

where p<sub>c</sub> = 4600 kPa and T<sub>c</sub> = 191 K. As a chemical engineer, you are asked to determine the amount of methane fuel that can be held in a 3-m<sup>3</sup> tank at a temperature of -40°C with a pressure of 65000 kPa.

**Contoh Penyelesaian dengan MS Excel: (1)**

Area: Thermodynamics

Problem Type: Finding the root of a single nonlinear equation

**ILLUSTRATION:**

Persamaan Redlich-Kwong:

$$p = \frac{RT}{v-b} - \frac{a}{v(v+b)\sqrt{T}}$$

dengan:

$$a = 0,427 \frac{R^2 T_c^{2,5}}{p_c}$$

$$b = 0,0866 R \frac{T_c}{p_c}$$

Gas metana & data:

p = 65000 kPa  
T = 233 K  
R = 0.518 kJ/kg.K  
Tc = 191 K  
pc = 4600 kPa  
V = 3 m<sup>3</sup>

Ditanyakan:

v = ..... m<sup>3</sup>/kg  
m = ..... kg

**Contoh Penyelesaian dengan MS Excel: (2)**

**Penyelesaian dengan Excel Solver atau Goal Seek:**

Nilai parameter Redlich-Kwong:

a = 12.5578  
b = 0.00186

Nilai yang akan ditentukan:

v = **0,00281** m<sup>3</sup>/kg

Fungsi objektif:

f (v) = -0.0003 (*nilai fungsi yang akan dinolkan*)

Dengan demikian:

v = **0,00281** m<sup>3</sup>/kg  
m = 1068.61 kg

Penyusunan ulang persamaan Redlich-Kwong:

$$f(v) = \frac{RT}{v-b} - \frac{a}{v(v+b)\sqrt{T}} - p$$

### Contoh Penyelesaian dengan MS Excel: (3)

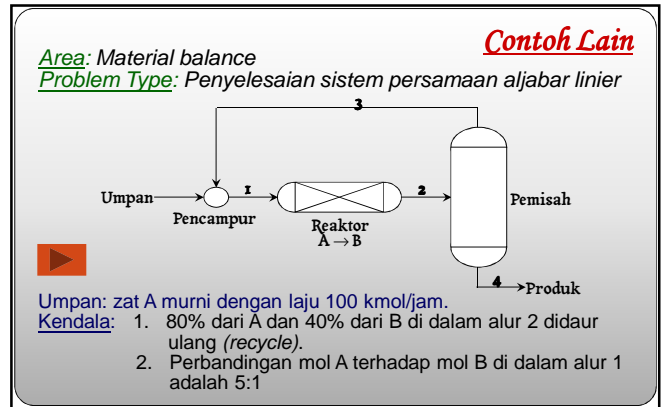
Iterasi ke-	vi	fi	fi'	vi+1
1	0.003	-15280	-62894532	0.00276
2	0.00276	5346.37	-1.13E+08	0.00280
3	0.00280	319.008	-1E+08	0.00281
4	0.00281	1.25984	-99421239	0.00281
5	0.00281	-0.0001	-99418008	0.00281
6	0.00281	1.8E-08	-99418009	0.00281
7	0.00281	0	-99418009	0.00281
8	0.00281	0	-99418009	0.00281

*Penyelesaian bersifat konvergen*

$$f(v) = \frac{RT}{v-b} - \frac{a}{v(v+b)\sqrt{T}} - p$$

Formula Newton-Raphson:  

$$v_{i+1} = v_i - \frac{f_i}{f'_i}$$



### Neraca massa (dalam kmol/jam):

$$N_{A1} - N_{A3} = 100$$

$$N_{B1} - N_{B3} = 0$$

$$-N_{A1} + N_{A2} + r = 0$$

$$-N_{B1} + N_{B2} - r = 0$$

$$-N_{A2} + N_{A3} + N_{A4} = 0$$

$$-N_{B2} + N_{B3} + N_{B4} = 0$$

$$-0,8 N_{A2} + N_{A3} = 0$$

$$-0,4 N_{B2} + N_{B3} = 0$$

$$N_{A1} - 5 N_{B1} = 0$$

9 buah persamaan linier dengan 9 buah variabel yang tak diketahui:  $N_{A1}, N_{B1}, N_{A2}, N_{B2}, N_{A3}, N_{B3}, N_{A4}, N_{B4}$ , dan  $r$

Dapat diselesaikan secara simultan!

### Contoh Ilustrasi

(Persamaan matematika yang sulit diselesaikan secara analitik, namun menjadi sederhana jika diselesaikan secara numerik)

Tentukan akar-akar persamaan polinom:  
 $23.4x^7 - 1.25x^6 + 120x^4 + 15x^3 - 120x^2 - x + 100 = 0$

Hitung nilai integral-tentu berikut:

$$\int_{1.2}^{2.5} \left( \sqrt{(45.3e^{7x} + \frac{100}{x})^4 + \frac{4}{(x^2+1)}} \right) dx$$

$150y'' + 2y't = \frac{\sqrt{\ln(21t+40)}y'}{t^2} + 120$  ;  $y'(0) = 0, y(0) = 1.2$

Hitung nilai  $y$  pada  $t = 1.8!$

Agenda Pertemuan Berikutnya  
 (Jum'at, 23 September 2011)

Penentuan Akar Persamaan Tak Linier Tunggal

↓

Metode Pengurung (Bracketing Methods)

Selamat belajar...! 😊